文章编号:1007-2780(2026)03-0430-10

基于高斯背景建模的大气相干长度测量算法

燕正奇[1,2,3], 王建立[1,2,3*], 张峻瑞[1,2,3], 王文宇[1], 刘　杰[1], 张杏云[1]
(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 吉林省智能波前传感与控制重点实验室, 吉林 长春 130033)

摘要:为克服天光背景噪声对大气相干长度测量精度造成的影响,本文应用哈特曼波前传感器,结合高斯背景建模算法对强背景噪声进行抑制和去除,实现了低信噪比下大气相干长度的测量。首先通过高斯背景建模算法,提高了哈特曼波前传感器的子孔径光斑质心的计算精度,进而提高波前复原和Zernike系数计算结果的精度。进一步地,根据波前信息计算其波前相位方差,并根据波前相位方差法的原理对Zernike系数方差进行解算,最终得到大气相干长度。仿真结果表明,在质心计算阶段引入高斯背景建模算法,能够有效抑制天光背景噪声影响,提高大气相干长度的测量精度。引入高斯背景建模算法后,经过Zernike系数解算和大气相干长度测量过程,大气相干长度的总相对误差约为2.8%。该方法能够实现强背景噪声条件下的大气相干长度测量,并可以应用于白天激光通信系统性能评估、地基大口径望远镜白天视宁度评价等多个方面,扩展了哈特曼传感器和波前相位方差法应用于大气相干长度测量的工作范围。

关　键　词:高斯背景建模;大气相干长度;自适应光学;波前相位方差法
中图分类号:TP391.4　**文献标识码**:A　**doi**:10.37188/CJLCD.2026-0026　**CSTR**:32172.14.CJLCD.2026-0026

Atmospheric coherence length measurement algorithm based on Gaussian background modeling

YAN Zhengqi[1,2,3], WANG Jianli[1,2,3*], ZHANG Junrui[1,2,3],
WANG Wenyu[1], LIU Jie[1], ZHANG Xingyun[1]

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130033, *China*;
2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049, *China*;
3. *Jilin Provincial Key Laboratory of Intelligent Wavefront Sensing and Control, Changchun* 130033, *China*)

Abstract: To overcome the impact of sky background noise on the measurement accuracy of atmospheric coherence length, this paper applies a Hartmann wavefront sensor, combined with a Gaussian background modeling algorithm to suppress and remove strong background noise, achieving the measurement of atmospheric coherence length under low signal-to-noise ratio conditions. The method proposed in this paper first enhances

收稿日期:2026-02-02;**修订日期**:2026-02-15.
基金项目:国家自然科学基金面上项目(No.62475258)
Supported by National Natural Science Foundation of China General Program (No.62475258)
*通信联系人,E-mail:wangjianli@ciomp.ac.cn

the calculation accuracy of the sub-aperture spot centroids of the Hartmann wavefront sensor through the Gaussian background modeling algorithm, thereby improving the accuracy of wavefront reconstruction and the calculation results of Zernike coefficients. Furthermore, based on the wavefront information, the wavefront phase variance is calculated, and according to the principle of the wavefront phase variance method, the variance of Zernike coefficients is solved, ultimately obtaining the atmospheric coherence length. Simulation results show that introducing the Gaussian background modeling algorithm in the centroid calculation stage can effectively suppress the influence of skylight background noise and improve the measurement accuracy of the atmospheric coherence length. After introducing the Gaussian background modeling algorithm, following the Zernike coefficient calculation and atmospheric coherence length measurement process, the total relative error of the atmospheric coherence length is about 2.8%. This method can achieve measurements of atmospheric coherence length under strong background noise conditions, and can be applied to various areas such as performance evaluation of daytime laser communication systems and daytime seeing evaluation of ground-based large-aperture telescopes, extending the application scope of Hartmann sensors and wavefront phase variance methods in atmospheric coherence length measurements.

Key words: Gaussian background modeling; atmospheric coherence length; adaptive optics; wavefront phase variance method

1　引　　言

近年来，地基望远镜的发展呈现大口径、高分辨率的特点。伴随着望远镜口径的增大，大气湍流造成的闪烁和扭曲越来越成为影响地基望远镜成像质量的重要因素。为了更好地研究大气湍流并补偿其对成像质量的影响，研究者提出了若干指标对大气湍流进行描述，其中包括大气相干长度、视宁度、波前外尺度等。大气相干长度能够定量表征传输路径上的湍流综合强度，因而在研究中广受重视。大气相干长度 r_0 的物理意义是湍流大气中能实现衍射受限成像的光学系统口径上限。测量大气相干长度的手段包括：通过对到达角起伏方差的计算来求解[1]的差分像运动测量法（Differential Image Motion Monitor，DIMM）、通过小透镜光束进行采样的哈特曼传感器测量方法、三星点像运动法[2]、通过波前分布的时域剩余方差[3]来计算大气相干长度的方法，以及波前结构函数法[4]、波前相位方差法[5]等。

哈特曼传感器作为自适应光学领域的常用器件[6-7]，具有共光路、响应迅速的优点[8-9]，常用于自适应光学的波前探测过程。在DIMM法的基础上，多种与哈特曼传感器相结合的大气相干长度测量方法被研究人员提出，例如夏克-哈特曼像运动监测器（Shack-Hartmann Image Motion Monitor，SHIMM）方法、波前结构函数法以及波前相位方差法等。SHIMM方法通过哈特曼传感器透镜阵列代替DIMM中标准双孔光圈掩膜以提高信噪比[10]。波前结构函数法则依赖于夏克-哈特曼波前传感器（Shack-Hartmann Wavefront Sensor，SHWFS）重构的波前相位差计算波前结构函数，对比理论值求取 r_0 的最小二乘估计值[4]。而波前相位方差法通过波前传感器获取波前Zernike系数，计算一段时间的Zernike系数方差以估计 r_0[3]。

一般的哈特曼波前复原方法在强天光背景下背信比极高，且经常由于背景噪声的污染而陷入饱和，无法得到置信度较高的波前复原结果。为解决该问题，徐立等人[11]将结合高斯背景建模的质心提取算法应用于基于哈特曼传感器的模式法波前重构。该方法有效解决了背景均值高、强度变化条件下的噪声去除问题，提高了波前复原精度。因此，本文将高斯背景建模方法与波前相位方差法相结合，应用于大气相干长度的测量。

本文在现有方法基础上，利用结合高斯背景建模方法的哈特曼传感器对低信噪比条件下的畸变波前进行了复原，并在此基础上进行了基于波前相位方差法的大气相干长度计算。全流程仿真分析证明，高斯背景建模与波前相位方差法在强背景、高噪声条件下的大气相干长度测量中表现

优异,并可在此基础上应用于自适应光学的波前重构和波前校正[12-13]。

2 大气相干长度测量算法

2.1 大气相干长度

经过随机非均匀介质传输的光波会产生波前畸变,这种畸变的空间统计特征可以用相位结构函数来描述。假设在波面上有两位置矢量x和x',与畸变有关的相位变化分别用$\varphi(x)$和$\varphi(x')$描述,其相位结构函数$D(r)$可表示为

$$D(r)=\left\langle\left[\varphi(x)-\varphi(x')\right]^2\right\rangle, \tag{1}$$

式中:$r=x-x'$,$\langle\ \rangle$表示关于时间t的时间平均。Fried[14]证明,在Kolmogorov湍流统计理论下,可以把相位结构函数描述为:

$$D(r)=6.88\left(\frac{r}{r_0}\right)^{5/3}, \tag{2}$$

其中,r_0被定义为大气相干长度。大气相干长度r_0从空域的角度对大气湍流强度进行了定量描述:对于外差接收系统,当接收光学系统的半径r大于r_0时,波前畸变开始严重限制系统性能。大气相干长度越小,湍流扰动越剧烈[15]。

2.2 波前相位方差法

哈特曼传感器是目前在自适应光学中应用最为广泛的波前传感器之一,它通过计算子孔径的质心偏移斜率来获取入射波前的Zernike系数并进行波前复原[3]。

根据Noll的研究结果,满足Kolmogorov湍流统计理论的各阶Zernike系数方差如表1所示[16]。

采用波前相位方差法计算大气相干长度r_0的步骤如下:首先,用哈特曼波前传感器测量波前斜率,进行波前重构,得到入射波前的各阶Zernike多项式系数。然后进行时间统计分析,计算出系数方差,代入各阶对应公式中即可解算出r_0的值[17];根据文献[18],在计算r_0时使用第4项(离焦项)的计算得到的精度最高,此时其计算公式为:

$$D/r_0=\left(\frac{\sigma^2}{0.023}\right)^{3/5}, \tag{3}$$

其中σ^2为离焦项方差。

虽然使用哈特曼传感器的测量方法具备能够瞬时计算、便于耦合进自适应光学系统等优点[17],但强天光背景引入的光子噪声使哈特曼传感器的探测信噪比过低,因此需要在算法层面进行针对性的改进设计,通过提高其质心计算精度来提高求解Zernike系数的精度,以提高r_0的测量精度。

表1 符合Kolmogorov理论的畸变波前各阶Zernike系数方差

Tab. 1 Variance of Zernike coefficients at various orders for distorted wavefronts consistent with Kolmogorov theory

系数	方差/rad^2	系数	方差/rad^2
1	$0.4479(D/r_0)^{5/3}$	11	$0.0024(D/r_0)^{5/3}$
2	$0.4480(D/r_0)^{5/3}$	12	$0.0024(D/r_0)^{5/3}$
3	$0.0230(D/r_0)^{5/3}$	13	$0.0024(D/r_0)^{5/3}$
4	$0.0230(D/r_0)^{5/3}$	14	$0.0024(D/r_0)^{5/3}$
5	$0.0232(D/r_0)^{5/3}$	15	$0.0012(D/r_0)^{5/3}$
6	$0.0061(D/r_0)^{5/3}$	16	$0.0012(D/r_0)^{5/3}$
7	$0.0062(D/r_0)^{5/3}$	17	$0.0012(D/r_0)^{5/3}$
8	$0.0062(D/r_0)^{5/3}$	18	$0.0011(D/r_0)^{5/3}$
9	$0.0062(D/r_0)^{5/3}$	19	$0.0012(D/r_0)^{5/3}$
10	$0.0024(D/r_0)^{5/3}$	20	$0.0012(D/r_0)^{5/3}$

3 基于高斯背景建模的哈特曼质心计算方法

3.1 哈特曼传感器质心计算

从哈特曼传感器中解算得到波前相位和Zernike系数的第一步即是对哈特曼传感器子孔径中的光斑质心位置进行计算。对光斑质心的计算精度是影响波前复原和Zernike系数复原精度的主要因素之一。

3.1.1 质心法

最经典的质心提取算法是质心法(Center of Gravity,COG),又称为重心法[19],表达式如下:

$$\begin{cases} x_i=\dfrac{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{n=1}^{N}x_{nm}I_{nm}}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{n=1}^{N}I_{nm}} \\ y_i=\dfrac{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{n=1}^{N}y_{nm}I_{nm}}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{n=1}^{N}I_{nm}} \end{cases}, \tag{4}$$

其中：(x_i, y_i)表示第i个子孔径光斑的位置坐标，每个子孔径对应的相机靶面大小为M像素×N像素，I_{nm}是相机靶面上第n行、第m列像素的灰度值，x_{nm}和y_{nm}分别是第(n,m)个像素的x坐标及y坐标。

白天强天光背景引入的光子噪声使哈特曼图像的探测信噪比很低，传统工程上应用的质心提取算法精度会受到限制。为应对噪声、闪烁等情况，经常需要对质心法进行改进，主要的改进法包括阈值法、加窗法等。

3.1.2　阈值法

阈值法是目前天文自适应光学系统工程中最常用的改进传统质心法的方法，该方法既可以保证质心提取的精度，又因其计算简单能够满足自适应光学系统实时性的要求，其表达式如下：

$$\begin{cases} x_i = \dfrac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} x_{nm}(I_{nm}-T)}{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}(I_{nm}-T)} \\ y_i = \dfrac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} y_{nm}(I_{nm}-T)}{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}(I_{nm}-T)} \end{cases}, (I_{nm} > T), \quad (5)$$

其中，T是根据不同背景噪声的强度选取的阈值，经验上往往选取为子孔径光强的均值。阈值法能够有效过滤噪声影响，对子孔径的质心计算有较强的矫正能力，但其效果高度依赖选取的T，如果选取不当很容易造成去噪效果较差，影响波前复原精度。

3.1.3　加窗法

加窗法相当于在哈特曼传感器图像的每个子孔径内乘以一个“模板”，这个“模板”的$W(r)$一般使用一个半径为R_w的圆形窗口，定义半径内的元素值均为1，半径外的元素均为0，利用该“模板”选取子孔径内用于运算的区域。窗口内的像素参与质心坐标的计算，而窗口外的像素看作是背景信号被模板忽略。该方法可以表达为：

$$W(r) = \begin{cases} 1 & r < R_w \\ 0 & \text{其他} \end{cases}. \quad (6)$$

加窗法实际上与阈值法类似，都是按照一定标准（阈值/窗口大小）选择参与质心法运算的像素。对于加窗法来说，其窗口的中心位置以及窗口半径的尺寸是算法的核心问题。窗口过大，会导致多余的背景噪声干扰质心法的运算，算法精度难以保证；如果窗口选取较小，会失去有用的光斑边缘信号，同样无法保证质心计算的精度。此外，窗口的中心位置确定也十分重要，常用的选取方法包括将子孔径内光强最大值定为窗口中心、遍历子孔径计算窗口模板覆盖区域的像素和等方法。

3.2　高斯背景建模方法

在改进质心提取方法之外，进行基于计算机视觉算法的过滤和去噪也是提高质心提取精度的一种典型方法。本文将图像处理领域的高斯背景建模方法应用于哈特曼传感器，在该方法的去噪效果基础上进行大气相干长度的计算。

1997年，Wren等人[20]提出了高斯背景建模算法（Gaussian Background Modeling，GBM）用于人体目标的实时跟踪和检测。通过将视频序列图像的每个空域位置上的像素在时间轴上的离散分布看作是一个离散的随机过程，用一个高斯分布来描述这个离散过程，据此建立了图像的背景模型。高斯分布的两个重要参数（均值和协方差）根据连续帧的视频图像学习得到。根据建立的高斯背景模型，每一帧新输入图像的各个像素可以按照统计差分规律对其进行前景的检测。如果不符合背景模型则被认为是前景像素，否则即为背景。随着视频图像序列的输入，背景模型的参数需要随时更新。

受GBM的启发，哈特曼图像可类比连续帧的输入视频图像序列。天空背景的变化过程可由高斯背景模型的学习过程来不断更新每个像素高斯模型的均值和方差这两个参数。去除当前帧哈特曼图像的背景噪声后，可以提取出哈特曼传感器测量的光斑图像，再利用传统的质心提取法即可计算白天哈特曼图像的质心坐标，实现波前畸变的探测。根据以上分析，本文提出了一种基于改进GBM和波前相位方差法的大气相干长度计算算法。

将哈特曼传感器获得的图像中的每个像素值随时间的变化看做一个离散的随机“像素过程”，该过程用标量（灰度值）表示：

$$\{v_1, \cdots v_n\} = \{I(x, y, t): 1 \leqslant t \leqslant n\}, \quad (7)$$

其中$I(x, y, t)$是第t帧哈特曼图像在坐标(x, y)处的像素灰度值，$\{v_1, \cdots v_n\}$是每帧哈特曼图像每个像素位置的像素值分布。

白天天空背景噪声可以描述为以背景平均像素值为中心的单高斯分布，因此$\{v_1, \cdots v_n\}$可以在时域上理想地拟合为一个高斯概率密度函数。由于哈特曼图像为灰度图像，仅有灰度值一维信息，因此概率密度$\eta(v_t, \mu_t, \sigma_t)$可以表示为：

$$\eta(v_t, \mu_t, \sigma_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_t}\exp\left(-\frac{(v_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right), \quad (8)$$

其中：v_t是t时刻的像素灰度值，μ_t和σ_t分别是高斯分布在t时刻的均值和方差。因此，波动的天空背景的分布已由高斯分布模型描述，下一帧哈特曼图像的新像素值将用于更新该高斯分布的均值μ_t和标准差σ_t。

整个算法是在不断更新和学习哈特曼图像的过程中进行的。首先需要初始化哈特曼图像每个像素位置(x,y)的模型参数，即均值$\mu(x, y, 1)$以及方差$\sigma^2(x, y, 1)$，初始化的参数根据哈特曼图像第一帧数据$I(x, y, 1)$确定：

$$\mu(x, y, 1) = I(x, y, 1), \quad (9)$$

$$\sigma^2(x, y, 1) = c^2, \quad (10)$$

其中，c是一个常数。初始化每个像素位置的背景模型后，在每个子孔径内最亮像素周围的$m\times m$的区域（m是艾里斑占据的像素数）进行邻域插值。当获取第t帧图像时，每个像素的统计信息会根据以下公式描述的自适应滤波器进行递归更新：

$$\mu(x, y, t) = (1-\alpha)\cdot\mu(x, y, t-1) + \alpha\cdot\mu(x, y, t), \quad (11)$$

$$\sigma^2(x, y, t) = (1-\alpha)\cdot\sigma^2(x, y, t-1) + \alpha[I(x, y, t) - \mu(x, y, t)]^2, \quad (12)$$

其中，α是更新率。当白天天空背景浮动变化时，α使得当前构建的背景模型对变化具有一定的鲁棒性。高斯背景模型的参数是不断递归更新的，因此即使哈特曼图像中有较大的亮度变化，算法也可以有效补偿。

在每一帧不断更新背景模型参数的同时，需要同步执行背景检测和质心提取。每个像素位置的灰度值$I(x, y, t)$会根据现有构建的高斯分布进行检验。当像素值满足在当前高斯分布标准差的λ倍（$\lambda=2.5$）以内时，该像素则认为是与背景模型匹配的，而不匹配的像素（即与当前高斯分布的偏差超过λ倍标准差）减去前一帧背景模型的均值被定义为光斑的有效信号。这一过程即为背景去除的过程，数学表达式为：

$$I_{\text{output}}(x, y, t) = \begin{cases} 0, & |I(x, y, t) - \mu(x, y, t-1)| < \lambda\cdot\sigma(x, y, t-1) \\ I(x, y, t) - \mu(x, y, t-1), & \text{others} \end{cases}, \quad (13)$$

其中，$I_{\text{output}}(x, y, t)$为去除背景噪声后的用于计算光斑质心位置的第$t$帧图像。

3.3 结合高斯背景建模的质心提取

根据3.2节的内容，通过GBM可以去除哈特曼光斑阵列图像的背景噪声。对于去噪后得到的光斑图像，即可利用传统的质心法（COG）对质心坐标进行计算，整体计算流程如图1所示。

通过GBM计算得到去噪图像后，综合应用加窗法、阈值法等方法进行哈特曼传感器子孔径的质心坐标计算，随后根据模式法对入射波前进行复原[11]。得到入射波前和各阶Zernike系数的复原值后，查表1计算其方差，即可反解湍流波

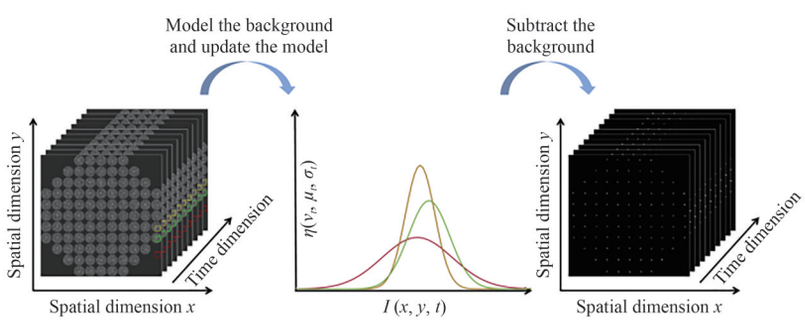

图1 结合高斯背景建模的质心提取流程

Fig. 1 Centroid extraction process combined with Gaussian background modeling

前对应的 r_0 值。

4　仿真验证

4.1　湍流屏仿真

为验证算法可行性，本节对湍流相位屏和哈特曼传感器分别进行仿真。仿真湍流相位屏的目的是通过不同强度的湍流扰动模拟不同 r_0 值下的湍流环境，以便于检验算法在不同湍流条件下的可靠性并进行误差分析。仿真哈特曼传感器的目的是验证其对畸变波前的复原效果和可靠性，并能系统地评估不同湍流条件下哈特曼传感器获取湍流波前信息并重构相位的能力，为算法提供可行性验证。

本文中湍流屏仿真方法采用 MCharnotskii 提出的均匀波矢量稀疏谱（Sparse Spectrum with Uniform Wave Vectors，SU）算法[21]，可以生成具有有限相位方差的无偏相位屏样本。

设置模拟的湍流屏参数如下：望远镜孔径 $D=1$ m，分别设置 $D/r_0=20,15,10,5$。在 704×704 的网格上生成的波前相位图如图 2 所示。可以观察到，当 $D/r_0=20$ 时相位图波前起伏剧烈，这代表相位差异较大，并呈现出随机性和复杂性。随着 r_0 值的增大，相位分布逐渐趋于平滑，这表示湍流强度的减小。当 $D/r_0=5$ 时，波前相位的变化幅度明显下降，显示出更为平缓的相位分布。

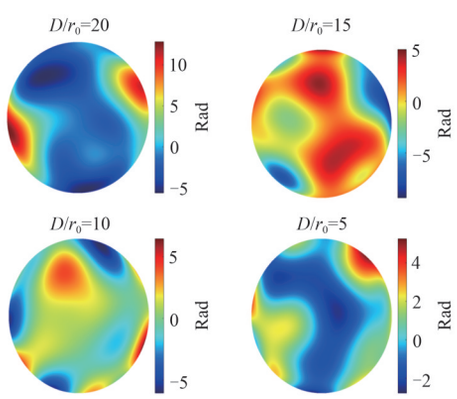

图 2　模拟湍流屏相位图

Fig. 2　Simulated turbulence screen phase map

图 3 展示了使用 SU 算法生成的 1 000 帧独立湍流相位样本（$D/r_0=5$）的结构函数平均值与 Kolmogorov 理论期望值。结果显示，在不同相干长度条件下平均结构函数的模拟值与理论值高度吻合，验证了 SU 算法在湍流模拟方面的有效性。

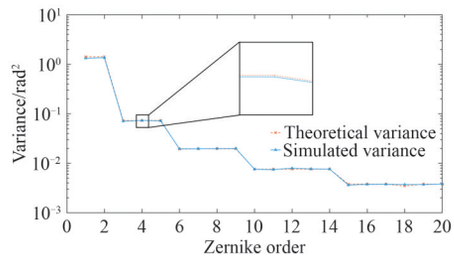

图 3　模拟湍流屏验证：各阶 Zernike 系数方差统计分布的测量值与理论值。

Fig. 3　Validation of simulated turbulence screens: measured values and theoretical values of the statistical distribution of variances for each order of Zernike coefficients.

4.2　哈特曼传感器仿真

通过 SU 方法生成的随机样本作为微透镜阵列前的入射畸变波前。微透镜成像为畸变的光斑图像阵列，即为点源目标的成像。仿真参数设置如下：微透镜阵列采用 11×11 的排列，其中有效子孔径数量为 97 个。每个微透镜的焦距为 30 mm，微透镜间距为 600 μm。

单个子孔径的像素数为 64×64。入射光波长为 632.8 nm，仿真采样数为 704×704。入射 SHWFS 的波前尺寸为 5.3 mm，由望远镜口径（$D=1$ m）缩束而得。

噪声方面，采用背信比（BSR）作为噪声评价指标。BSR 定义为子孔径内背景信号的总数与目标信号的总数之比[22]，计算公式如式（14）所示；此外也参考使用峰值信噪比（$\mathrm{SNR_p}$），其定义如式（15）所示，其中 I_p 为最大灰度值，μ_n 为噪声均值，σ_n 为噪声标准差。

$$\mathrm{BSR}=\frac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}B_{nm}}{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}S_{nm}}, \tag{14}$$

$$\mathrm{SNR_p}=\frac{I_\mathrm{p}-\mu_\mathrm{n}}{\sigma_\mathrm{n}}. \tag{15}$$

噪声标准差固定为 0.5，添加 BSR=10 的噪声后哈特曼传感器子孔径内的图像效果如图 4 所示，此时对应的峰值信噪比为 27.89。BSR=80 时，峰值信噪比跌至 4.74，常规方法已很难进行波前提取。

选取生成随机一帧相位屏样本作为预设输入

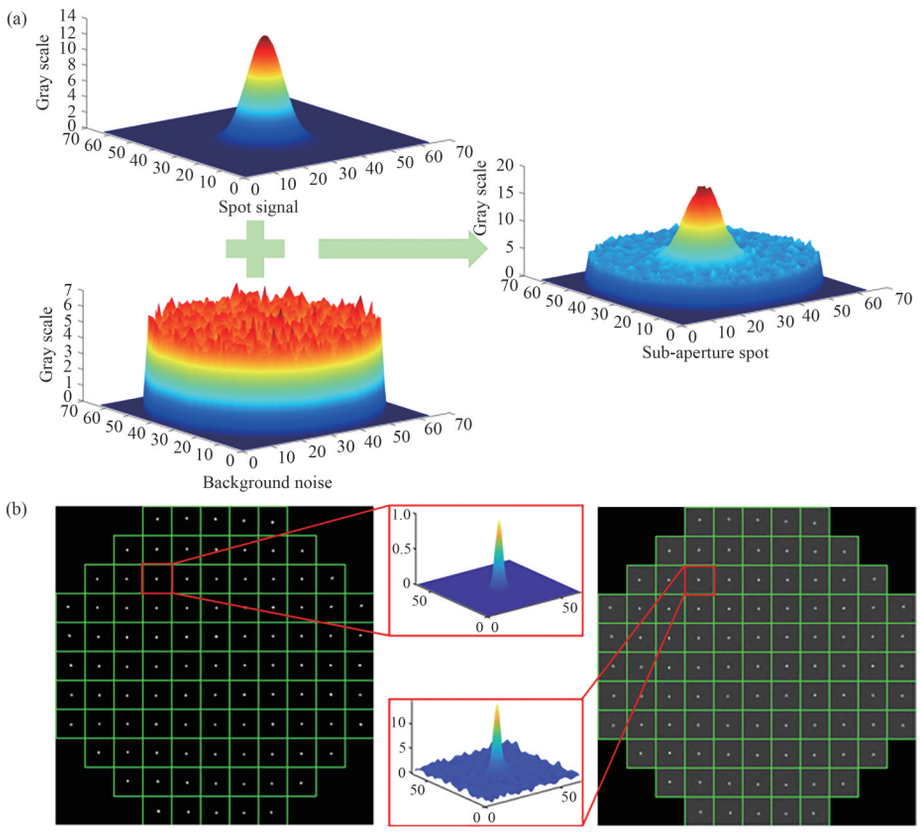

图 4 噪声光斑仿真。(a) 光斑信号与背景噪声耦合成的哈特曼子孔径光斑;(b) 加入噪声前后的哈特曼传感器仿真和子孔径光斑信号。

Fig. 4 Noise spot simulation. (a) Spot signal and background noise coupled into Hartmann subaperture spots; (b) Hartmann sensor simulation and subaperture spot signals before and after adding noise.

畸变波前,采用高斯背景建模算法对入射斜率进行计算,并采用 Zernike 模式法进行波前重构。如图 4 所示,SHWFS 能够较为精准地探测入射波前的各阶 Zernike 系数。在 BSR=10(σ=0.5)的情况下,使用质心法、阈值法、加窗法、高斯背景建模对 D/r_0=5 的畸变波前进行复原,得到的结果如图 5(a)所示。可见仿真得到的哈特曼传感器能够较为精准地复原入射波前的 Zernike 系数,其重构波前残差 PV 值约为 0.35 rad。为研究几种质心提取算法在不同噪声条件下的复原能力,对 D/r_0=5 的畸变波前序列施加了不同的 BSR,使用不同取值的阈值法(阈值取子孔径光斑最大值的 0.05、0.1 和 0.2)和高斯背景建模法,对畸变波前进行复原并在此基础上通过波前相位方差法利用离焦项计算 r_0。计算各种方法的质心偏移量计算误差均值,得到的结果如图 5(b)所示。仿真结果表明,GBM 方法能够在各种条件下均保持较低的质心复原误差,其波前复原能力显著强

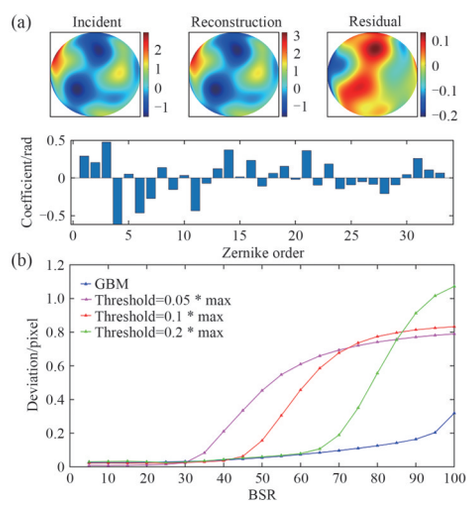

图 5 哈特曼传感器仿真波前探测结果。(a)无噪声情况下波前复原效果;(b)伴随 BSR 逐渐增加,不同方法的质心偏移量变化。

Fig. 5 Wavefront detection results of the simulated SHWFS. (a) Wavefront reconstruction effect under noiseless conditions; (b) Variation of centroid shift for different methods with gradually increasing BSR.

于阈值法。

4.3　大气相干长度解算仿真结果

现有研究表明，对湍流相位屏生成的相干长度 r_0 进行时域统计分析至少需要 200 帧数据[23]。本文预先生成了 $D/r_0=5,10,15,20$ 的不同数据，每组 2 000 帧。图 6 使用滑窗法（窗口大小 500 帧）计算了 5 组湍流相位屏使用高斯背景建模法复原的 D/r_0 曲线，具体方法是统计该 500 帧窗口内的离焦项方差，并运用公式(3)计算 D/r_0 的值，共得到 1 501 个值。与理论值相比，其最大相对误差为 4.2%（在 $D/r_0=15$ 时取得）。分析结果表明，利用波前相位方差法获得的 D/r_0 值与理论预期相符合，显示出良好的测量精度。

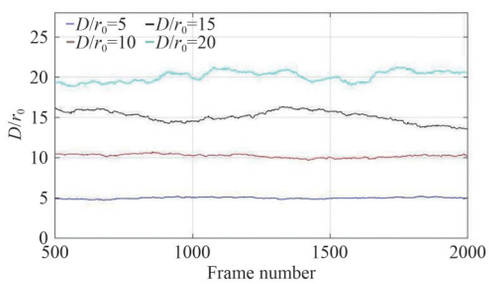

图 6　每 500 帧波前相位方差测得的 D/r_0 曲线

Fig. 6　D/r_0 curves measured from the wavefront phase variance every 500 frames

对 $D/r_0=5$ 的数据施加不同的 BSR 后，使用不同取值的阈值法（阈值取子孔径光斑最大值的 0.05、0.1 和 0.2）和高斯背景建模法，对畸变波前进行复原并在此基础上通过波前相位方差法利用离焦项方差计算 r_0，计算各种方法得到的 r_0 与无噪声条件下取值的相对误差（用 500 帧湍流波前计算一个 r_0 值再取均值），得到的结果如图 7 所示。

对于 BSR 逐渐上升、噪声逐渐增加的情况，

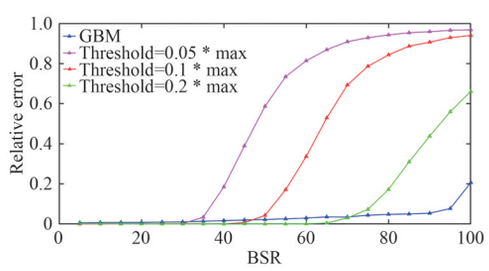

图 7　各质心提取算法在不同 BSR 下的相对误差

Fig. 7　Relative errors of various centroid extraction algorithms under different BSR

由图 7 可以看出，GBM 相较于固定阈值的方法明显能够始终保持较低的相对误差，而各种固定的阈值法都会在某个背信比下误差急剧增大以至于影响对 r_0 的解算。究其根本，这是因为固定取值的阈值法迟早会因为噪声过大而无法达到较好的噪声滤除效果，但 GBM 能够动态预测背景噪声，其去噪效果能够始终保持较好的结果。使用 GBM 解算得到大气相干长度的总相对误差约为 2.8%；仅针对 GBM 方法的去噪过程，相较于无噪声环境下的波前相位方差法，相对误差为 3.6%（在无噪声时，使用波前相位方差法在 $D/r_0=5$ 情况下求解大气相干长度的相对误差为 1.8%），小于同等条件下其他取值的阈值法的值。

4.4　误差分析

本文所提出的大气相干长度测量方法基于哈特曼波前传感器结合高斯背景建模算法，通过波前相位方差法解算得到 r_0。在实际应用中，测量误差的来源主要包括以下几个方面：质心提取误差、波前相位方差法估计误差，以及仿真环境与真实环境的差异。其中质心提取误差主要是由于仿真固有的截断误差、去噪方法造成的光斑截断和形态破坏等问题造成的；波前相位方差法的估计误差则是由于系数方差的波动、计算窗口的大小[22]造成的复杂影响；此外，仿真湍流与 Kolmogorov 模型、Kolmogorov 模型与真实物理环境之间也会因为数据随机性、温度变化、截断误差等多重因素影响而不能完全体现真实的湍流环境，这部分的工作有待未来展开外场实验进行验证。

5　结　　论

本文针对大口径望远镜成像和自适应光学中大气相干长度测量的需求，提出了在基于哈特曼传感器的波前相位方差法基础上使用高斯背景建模方法以提高大气相干长度测量精度和鲁棒性的方法，并介绍了该方法的原理和基本流程。本文在此基础上设计了包括湍流波前生成、哈特曼仿真和大气相干长度解算的仿真流程，并应用该方法进行了仿真模拟。最后，给出了波前相位方差法下各质心提取和去噪方法在不同背信比下的表现。仿真结果证明，在背信比在 5～100 间变化的前提下，高斯背景建模方法进行去噪和波前求取、大气相干长度解算的过程总相对误差

约在2.8%左右。该方法拓展了强背景、高噪声条件下波前相位方差法的应用范围,对大气相干长度测量的适用范围有一定扩大意义。下一步计划开展外场实验验证和极端信噪比条件下的测试工作,并结合自适应阈值优化等方法推动该技术的实用化。

参 考 文 献:

[1] SARAZIN M, RODDIER F. The ESO differential image motion monitor [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1990, 227(1): 294-300.

[2] 饶瑞中,王世鹏,刘晓春,等. 湍流大气中激光束漂移的实验研究[J]. 中国激光,2000,27(11):1011-1015.
RAO R Z, WANG S P, LIU X C, *et al*. Experimental study of spot dancing of laser beam in a turbulent atmosphere [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2000, 27(11): 1011-1015. (in Chinese)

[3] 黄德权,周文超,邱红,等. 哈特曼测量大气相干长度研究[J]. 强激光与粒子束,2014,26(8):081003.
HUANG D Q, ZHOU W C, QIU H, *et al*. Research on measurement of atmospheric coherence length using Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2014, 26(8): 081003. (in Chinese)

[4] 卫沛锋,林旭东,王亮,等. 大气相干长度的瞬时测量[J]. 光学 精密工程,2016,24(8):1840-1845.
WEI P F, LIN X D, WANG L, *et al*. Simultaneous measurement of atmospheric coherence length [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(8): 1840-1845. (in Chinese)

[5] LI M, ZHANG P X, HAN J W. Methods of atmospheric coherence length measurement [J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(6): 2980.

[6] 李洪利,刘欣悦,杜博军,等. 面向自由空间光通信波前校正的改进模拟退火算法[J]. 中国光学(中英文),2025, 18(4):784-793.
LI H L, LIU X Y, DU B J, *et al*. Improved simulated annealing algorithm for wavefront correction in free-space optical communication [J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(4): 784-793. (in Chinese)

[7] 肖炎庭,姜海明,黄建溶,等. 液晶菲涅耳透镜的研究进展[J]. 液晶与显示,2025,40(12):1757-1781.
XIAO Y T, JIANG H M, HUANG J R, *et al*. Research progress on liquid crystal Fresnel lens [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2025, 40(12): 1757-1781. (in Chinese)

[8] GRIFFITHS R, OSBORN J, FARLEY O, *et al*. Demonstrating 24-hour continuous vertical monitoring of atmospheric optical turbulence [J]. *Optics Express*, 2023, 31(4): 6730-6740.

[9] 张峻瑞,赵玉玲,杨乐强,等. 基于波前结构函数的扩展目标大气相干长度测量[J]. 中国光学(中英文),2026, 19(2),doi:10. 37188/CO. 2024-0215.
ZHANG J R, ZHAO Y L, YANG L Q, *et al*. Measurement of atmospheric coherence length for extended targets based on wavefront structure function [J]. *Chinese Optics*, 2026, 19(2), doi: 10. 37188/CO. 2024-0215. (in Chinese)

[10] PERERA S, WILSON R W, BUTTERLEY T, *et al*. SHIMM: a versatile seeing monitor for astronomy [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2023, 520(4): 5475-5486.

[11] XU L, WANG J L, YAO K N, *et al*. Application of the Gaussian modeling algorithm to a Shack-Hartmann wavefront sensor for daylight adaptive optics [J]. *Optics Letters*, 2021, 46(17): 4196-4199.

[12] 胡鸣,张琪,王红燕,等. 基于P-U-net的角锥波前探测器的波前校正方法[J]. 液晶与显示,2024,39(9):1174-1181.
HU M, ZHANG Q, WANG H Y, *et al*. Wavefront correction method based on P-U-net for pyramid wavefront detector [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2024, 39(9): 1174-1181. (in Chinese)

[13] LEE K, HUGONNET H, LIM J H, *et al*. Speckle-based X-ray microtomography via preconditioned Wirtinger flow [J]. *Light: Science & Applications*, 2026, 15(1): 121.

[14] FRIED D L. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1965, 55(11): 1427-1435.

[15] 周健,孙建锋,鲁伟,等. 基于剪切干涉法的大气相干长度直接实时测量[J]. 中国激光,2014,41(12):1208006.
ZHOU J, SUN J F, LU W, *et al*. Real-time measurement of atmospheric coherence length based on lateral shearing interferometry [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(12): 1208006. (in Chinese)

[16] 鲜浩，姜文汉．波像差与光束质量指标的关系[J]．中国激光，1999，26(5)：415-419.
XIAN H, JIANG W H. The relation between wavefront aberration and the beam quality factor [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1999, 26(5): 415-419. (in Chinese)

[17] LI M, ZHANG P X, WANG T Y. Evaluation of atmospheric coherent length of free-space optical links by using phase fluctuation [J]. *Opt. Express*, 2024, 32: 7243-7253.

[18] 马后永，张守川，靖旭，等．测量大气相干长度的数据处理算法比对研究[J]．大气与环境光学学报，2010，5(6)：427-430.
MA H Y, ZHANG S C, JING X, *et al*. Comparison of two methods calculated atmosphere coherence length [J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2010, 5(6): 427-430. (in Chinese)

[19] THOMAS S, FUSCO T, TOKOVININ A, *et al*. Comparison of centroid computation algorithms in a Shack-Hartmann sensor [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006, 371(1): 323-336.

[20] WREN C R, AZARBAYEJANI A, DARRELL T, *et al*. Pfinder: real-time tracking of the human body [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 780-785.

[21] CHARNOTSKII M. Comparison of four techniques for turbulent phase screens simulation [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2020, 37(5): 738-747.

[22] 李超宏，鲜浩，姜文汉，等．用于白天自适应光学的波前探测方法分析[J]．物理学报，2007，56(7)：4289-4296.
LI C H, XIAN H, JIANG W H, *et al*. Analysis of wavefront measuring method for daytime adaptive optics [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(7): 4289-4296. (in Chinese)

[23] 陈浩，宣丽，胡立发，等．大气相干长度的稳定测量[J]．光学 精密工程，2013，21(4)：911-918.
CHEN H, XUAN L, HU L F, *et al*. Steady measurement of atmospheric turbulence coherence length [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(4): 911-918. (in Chinese)

作者简介：

燕正奇，男，硕士研究生，2023年于华中科技大学获得学士学位，主要从事自适应光学和图像处理方面的研究。E-mail：488560952@qq.com

王建立，男，博士，研究员，2002年于中国科学院研究生院获得博士学位，主要从事光电精密跟踪技术、空间目标探测技术、地基大口径望远镜总体技术的研究。E-mail：wangjianli@ciomp.ac.cn